

ДВИ по математике в МГУ

2023 год, вариант 4

1. Найдите в явном виде натуральное число, заданное выражением

$$\frac{\frac{\sqrt{64}}{5} + \frac{\sqrt[3]{64}}{3}}{\frac{\sqrt{64}}{5} - \frac{\sqrt[3]{64}}{3}}.$$

11

2. Последовательность a_1, a_2, a_3, \dots действительных чисел определяется равенствами

$$a_n = (1 + \sqrt{n}) \left(\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n-1} + \sqrt{n}} \right).$$

Найдите a_{2023} .

2022

3. Решите неравенство

$$(3x^2 - 3x + 1)^{x^2 - 3x} \leq 1.$$

[8;1] ∩ {0} ∋ x

4. Решите уравнение

$$\cos^2 x + \sqrt{3} \sin^2 x = (1 + \sqrt{3}) (\cos x - \cos x \sin x + \sin x).$$

 $\mathbb{Z} \ni y, \pi k + \frac{\pi}{3}$

5. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BD и CE . На DE как на диаметре построена окружность. Эта окружность пересекает отрезки AE и AD в точках F и G соответственно. Найдите длину отрезка FG , если известно, что $BC = 25$, $BD = 20$ и $BE = 7$.

6

6. Найдите все значения параметра k , при которых неравенство

$$a^3 + b^3 + c^3 + 6 \geq k(a + b + c)$$

справедливо для всех действительных a, b, c , таких что $a \geq -2$, $b \geq -2$, $c \geq -2$.

[8 = 7]

7. Плоские углы при вершине правильной четырёхугольной пирамиды равны 30° . Найдите длину ребра основания пирамиды, если известно, что радиус сферы, вписанной в эту пирамиду, равен 1.

8/7