

ДВИ по математике в МГУ

2023 год, вариант 3

1. Найдите $f\left(\frac{3}{5}\right)$, если

$$f(x) = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{\frac{8}{3} + \frac{1}{x^2}}.$$

$\frac{91}{27}$

2. Дана последовательность a_1, a_2, a_3, \dots действительных чисел. Найдите a_1 , если известно, что $a_8 = 8$ и что для любого индекса n справедливо равенство

$$a_{n+1} = \sqrt[7]{2}a_n + \left(\sqrt[7]{2} - 1\right)n - 1.$$

2

3. Решите неравенство

$$\left(\sqrt{x}\right)^{3+\log_3 x} \geq 3^{1+\log_3 x}.$$

$(\infty + \epsilon] \cap \left[\frac{6}{7}, 0\right) \ni x$

4. Решите уравнение

$$\frac{\sqrt{3}}{\sin x} - \frac{1}{\cos x} = 4.$$

$\mathbb{Z} \ni 2k\pi, \pi + 2k\pi + \frac{\pi}{2}, \pi + 2k\pi + \frac{3\pi}{2} + \frac{6}{x}$

5. На сторонах AB, BC, CD, AD вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ отмечены соответственно точки E, F, G, H . Известно, что $AE = EB, 2BF = FC, CG = GD, DH = 2HA$ и что площадь четырёхугольника $ABCD$ в два раза больше площади четырёхугольника $EFGH$. Найдите отношение $AC : BD$.

1 : 1

6. Найдите наименьшее возможное значение выражения

$$\frac{c-b}{a+2b+c} + \frac{2b}{a+b+2c} - \frac{4c}{a+b+3c}$$

при положительных a, b, c .

$6 - \sqrt[3]{9}$

7. Расстояния от (внутренней) диагонали прямоугольного параллелепипеда до его рёбер, не имеющих с этой диагональю общих точек, равны $\sqrt{\frac{2}{3}}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sqrt{\frac{6}{5}}$. Найдите объём этого параллелепипеда.

9^