

ДВИ по математике в МГУ

2023 год, вариант 2

1. Найдите целое число, задающееся выражением

$$\frac{3}{\sqrt[4]{16}} + \frac{5}{\sqrt[3]{27}} + \frac{11}{\sqrt{36}}.$$

□

2. Последовательность a_1, a_2, a_3, \dots получается из последовательности натуральных чисел вычёркиванием всех полных квадратов (то есть $a_1 = 2, a_2 = 3, a_3 = 5, a_4 = 6, a_5 = 7, a_6 = 8, a_7 = 10$, и т. д.). Найдите a_{2023} .

8902

3. Решите неравенство

$$\log_{\sqrt{3-x}}(3+x) \leq 2.$$

 $(\mathbb{R}^+) \cap [0; 3) \ni x$

4. Решите уравнение

$$\cos^4 x - \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right).$$

 $\mathbb{Z} \ni \pi \left(\frac{\pi}{24} + \frac{\pi}{x} \right)$

5. Прямая ℓ касается окружности, описанной около треугольника ABC , в точке A . Известно, что $AB > AC$ и что $AC = 1$. На стороне AB отмечена точка D так, что $AD = AC$. Прямая, проходящая через точку D и через центр окружности, вписанной в треугольник ABC , пересекает прямую ℓ в точке E . Найдите длину отрезка AE .

□

6. Положительные числа a, b, c удовлетворяют соотношению

$$a^2 + b^2 + c^2 = 1.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $ab + bc\sqrt{3}$.

□

7. Найдите объём правильной четырёхугольной пирамиды со стороной основания равной 1, если известно, что плоские углы при вершине равны углам наклона боковых рёбер к плоскости основания.

$$\frac{9}{\sqrt{2}+1}$$