

ДВИ по математике в МГУ

2023 год, вариант 1

1. Найдите наименьшее целое число, превосходящее

$$\frac{\sqrt{8}}{\frac{\sqrt{2}}{20} + \frac{\sqrt{2}}{23}}.$$

22

2. Дана последовательность a_0, a_1, a_2, \dots действительных чисел. Найдите a_8 , если известно, что $a_1 = 1$ и что для любой пары индексов n, m , таких что $n \geq m \geq 0$, справедливо равенство

$$a_{n+m} + a_{n-m} = 2(a_n + a_m).$$

49

3. Решите неравенство

$$x^{\log_3 \sqrt{x}} > 9.$$

$(\infty, 6) \cap (\frac{6}{11}, 0) \ni x$

4. Решите уравнение

$$\cos 3x + 2 \sin 2x + 2 \cos x = 0.$$

$\mathbb{Z} \ni k_1, k_2, \pi(1 + 2k_1) + \frac{9}{x} \frac{\pi}{4} (1 - \dots) + \pi k_2 + \frac{\pi}{x}$

5. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AF, BD и CE . Найдите все возможные значения разности углов $\angle A$ и $\angle B$ треугольника, если известно, что $DE : EF = BC : AC$.

0

6. Положительные числа a, b, c удовлетворяют соотношению

$$\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = 1.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения

$$\frac{a}{2+a^2} + \frac{b}{2+b^2} + \frac{c}{2+c^2}.$$

1

7. В правильной треугольной пирамиде $ABCS$ проведено сечение через ребро основания AB перпендикулярно боковому ребру CS . Найдите его площадь, если известно, что площадь основания пирамиды равна 3, а площадь каждой боковой грани равна $\sqrt{5}$.

