ДВИ по математике в МГУ

2022 год, вариант 7

1. Известно, что

$$f(x) = \frac{x}{0{,}2} + \frac{1}{5x}.$$

Найдите $f\left(\frac{1}{4}\right)$.

$\frac{41}{20}$

2. Чему равна сумма выражений $\sqrt{9+t^2}$ и $\sqrt{2+t^2}$, если их разность равна 1?

7

3. Решите уравнение

$$4\sin^2 x \sin 2x - \sin 4x = 0.$$

$k_1\pi,\ \frac{\pi}{6} + \frac{k_2\pi}{3},\quad k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$

4. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC отмечены точки D и F, так что $\angle ACD = \angle DCF = \angle FCB$. Известно, что $AD = 2$, $AF = 5$. Найдите FB.

15

5. Решите неравенство

$$\log_{|x-7|} \sqrt{x-5} \leqslant \frac{1}{4}.$$

$x \in (5, 6) \cup (6, 7) \cup (7, 8)$

6. Действительные числа a, b, c удовлетворяют условиям

$$a \geqslant b \geqslant c \geqslant 1, \qquad a^{-1} + b^{-1} + c^{-1} = 1.$$

Известно, что при некотором положительном x выполняется равенство

$$\frac{c+x}{a+x} = c - 2.$$

Найдите все возможные значения b.

3

7. Дан куб $ABCDA'B'C'D'$. Через середины его рёбер AA', $C'D'$ и через центр грани $BCC'B'$ проведена плоскость, пересекающая диагональ DB' куба в точке O. Найдите, чему равно отношение $DO : OB'$.

7 : 5