

## ДВИ по математике в МГУ

2022 год, вариант 5

1. Найдите в явном виде натуральное число, заданное выражением

$$\left(\frac{2\sqrt{2}}{27}\right)^{2/3} + \left(\frac{27}{2\sqrt{2}}\right)^{2/3} - \frac{13}{18}.$$

7

2. Сумма второго и восьмого членов возрастающей геометрической прогрессии равна  $9\sqrt{2}$ . Произведение четвёртого, пятого и шестого членов этой прогрессии равно 64. Найдите разность между девятым и первым членами этой прогрессии.

15

3. Решите уравнение

$$\sin^4 x + \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0.$$

$$\mathbb{Z} \ni \varphi, \frac{\pi}{x\varphi} + \frac{\pi}{x}$$

4. Решите неравенство

$$\log_{\sqrt{6-x}}(6+x) + \log_{\sqrt{6+x}}(6-x) \leq 5.$$

$$(9 \cdot 9) \cap [8 \cdot 8 - 1] \cap (9 - 9 - 9) \ni x$$

5. Окружность, проходящая через вершины  $A, B$  треугольника  $ABC$  и центр описанной около этого треугольника окружности, пересекает стороны  $AC$  и  $BC$  в точках  $D$  и  $E$  соответственно. Найдите угол  $\angle BCA$ , если известно, что  $AB = \sqrt{2}$ ,  $AC = \sqrt{3}$  и что угол  $\angle BAE$  в два раза больше угла  $\angle ABD$ .

15

6. Найдите все значения параметров  $a, b$ , при которых неравенство

$$a^3 x^4 + 2ax^3 + b \leq 2bx^2 + b^3 x + a$$

выполняется для всех  $x$  из отрезка  $[0, 1]$ .

$$0 \leq q = v$$

7. Дана правильная треугольная пирамида  $ABCS$  с основанием  $ABC$  и вершиной  $S$ . Плоскость  $\pi$  перпендикулярна ребру  $AS$  и пересекает рёбра  $AS$ ,  $BS$  в точках  $D$ ,  $E$  соответственно. Известно, что  $SD = AD$  и  $SE = 2BE$ . Найдите косинус угла между ребром  $AS$  и плоскостью основания  $ABC$ .

$\frac{9}{1}$