

ДВИ по математике в МГУ

2022 год, вариант 4

1. Найдите наименьшее целое число, большее, чем

$$2\sqrt{3} + \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}}.$$

5

2. Положительные числа
- a, b, c
- образуют непостоянную геометрическую прогрессию. Числа
- $a, 4b, 7c$
- образуют арифметическую прогрессию. Найдите отношение
- a/c
- .

67

3. Решите уравнение

$$\frac{\sqrt{2}}{\sin x} + \frac{\sqrt{2}}{\cos x} = \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x}.$$

 $\mathbb{Z} \in \frac{\pi}{x} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

4. Решите неравенство

$$\log_{\sqrt{x}} \left| \frac{3x}{x-4} \right| \leq 4.$$

 $(-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2}, +\infty) \cap [8, 1) \cap (1, 0) \ni x$

5. В трапеции
- $ABCD$
- основание
- AB
- в два раза больше основания
- CD
- . Отрезки
- AL, BM
- и
- DK
- , где
- K, L, M
- соответственно середины сторон
- AB, BC, AD
- , ограничивают треугольник площади 1. Найдите площадь трапеции.

252

6. Найдите все тройки действительных чисел
- x, y, z
- из интервала
- $(0, \pi/2)$
- , удовлетворяющих системе

$$\begin{cases} \sin x = \sin y - \sin z \cos(x+z), \\ \cos x = \cos z + \cos y \cos(x+y). \end{cases}$$

 $\frac{\pi}{4} \leq z = \pi - x$

7. Дан параллелепипед
- $ABCD A' B' C' D'$
- с основанием
- $ABCD$
- и боковыми рёбрами
- AA', BB', CC', DD'
- . Найдите отношение, в котором делит его объём плоскость, проходящая через вершину
- A
- , середину ребра
- BC
- и середину ребра
- $C'D'$
- .

89 : 55