

ДВИ по математике в МГУ

2022 год, вариант 3

1. Определите, какое из двух чисел больше:

$$\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} \quad \text{или} \quad 3.$$

4

2. Дана возрастающая арифметическая прогрессия, состоящая из положительных чисел. Произведение третьего и четвёртого членов этой прогрессии в два раза больше произведения первого и шестого её членов. Найдите разность этой прогрессии, если известно, что восьмой её член равен 32.

4

3. Решите уравнение

$$\cos 2x + 6 \sin 2x = \cos 4x + 6 \sin x.$$

$\mathbb{Z} \ni k_1, k_2, \frac{\pi}{2} \pm k_1\pi, \pm k_2\pi, k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$

4. Решите неравенство

$$\log_3(1-x) - \log_3(1+x) + \log_{1+x}(1-x) - 1 \leq 0.$$

$(1; 0) \cap (0; \frac{3}{2}] \ni x$

5. В треугольнике ABC угол C равен 60° . На сторонах AB , BC , AC отмечены точки D , E , F соответственно. Радиус окружности, вписанной в треугольник ADF , равен 1. Радиус окружности, вписанной в треугольник BDE , равен 2. Найдите сторону AB , если известно, что четырёхугольник $DECF$ является ромбом.

$\sqrt[3]{3+6}$

6. Найдите все пары действительных чисел x , y , удовлетворяющих соотношению

$$\frac{x^2 + y^2}{2} + \frac{1}{xy} = 2\sqrt{2 - \sqrt{xy}} \cdot \sqrt[4]{xy}.$$

$1 - \sqrt{2} = x = 1 - \sqrt{2} = y$

7. Высота правильной треугольной призмы $ABCA'B'C'$ с основанием ABC и боковыми рёбрами AA' , BB' , CC' равна 1. Найдите длину ребра основания, если известно, что $AB' \perp BC'$.

□