

ДВИ по математике в МГУ

2021 год, вариант 4

1. Найдите в явном виде натуральное число, заданное выражением

$$\left(\frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1} \cdot \sin \frac{\pi}{4} - \sqrt{2} \right)^4 - \frac{1}{4}.$$

7

2. Футболист Федот сыграл в трёх матчах на чемпионате. Премияльная выплата Федота за второй матч в связи с отличной игрой была на n процентов больше, чем за первый. В третьем же матче Федот не сумел показать хорошую игру и его премия за этот матч оказалась на n процентов меньше, чем за второй матч. Найдите n , если известно, что премия за третий матч составила 64% от премии за первый матч.

9

3. Решите уравнение

$$\operatorname{ctg} x - 2 \operatorname{ctg} 2x = \frac{2}{3} \cos x.$$

$$\mathbb{Z} \ni k_1, k_2 \in \mathbb{Z} + \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$$

4. Решите неравенство

$$\log_{\sqrt{x-1}} \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 5} \leq 2.$$

$$(-\infty; -1] \cup (1; 5) \ni x$$

5. Окружность Ω_1 с центром O_1 пересекает окружность Ω_2 с центром O_2 в точках A и B . При этом точки O_1 и O_2 лежат вне Ω_2 и Ω_1 соответственно. Касательная к окружности Ω_2 в точке A пересекает Ω_1 в точках A и C . Касательная к окружности Ω_1 в точке A пересекает Ω_2 в точках A и D . Найдите угол между прямыми O_1C и O_2D , если известно, что $\angle AO_1B = 36^\circ$ и $\angle AO_2B = 64^\circ$.

10

6. Найдите все пары действительных чисел (x, y) , удовлетворяющих равенству

$$\frac{\pi}{2} - \arcsin(1 + \log_2(x^2 + y^2)) = 1 + \log_2(xy).$$

$$\frac{\pi}{4} \mp \pi = \ln = x$$

7. Дан параллелепипед $ABCD A' B' C' D'$ с основаниями $ABCD$, $A' B' C' D'$ и боковыми рёбрами AA' , BB' , CC' , DD' . Все рёбра параллелепипеда равны. Плоские углы при вершине B также равны. Известно, что центр сферы, описанной около тетраэдра $AB' C' D'$, лежит в плоскости $AB' C$. Радиус этой сферы равен 2. Найдите длину ребра параллелепипеда.

