

# ДВИ по математике в МГУ

2021 год, вариант 3

1. Найдите в явном виде натуральное число, заданное выражением

$$\frac{27^{1/3}}{25^{1/2}} + \frac{\log_5 25}{3\sqrt{2} \cdot \cos \frac{\pi}{4}} + \frac{41}{15}.$$

4

2. Любитель коктейлей Игнат смешал 300 мл морковного сока с 200 мл сливок. Тщательно перемешав полученную смесь, Игнат попробовал её на вкус и решил, что сливок оказалось слишком много. Игнат налил в полулитровый графин 200 мл морковного сока, а оставшиеся 300 мл заполнил приготовленной смесью. Каково процентное содержание сливок в полученном напитке?

24%

3. Решите уравнение

$$4 \sin 2x \cos 3x - 2 \sin 5x = \operatorname{tg} 2x.$$

$\mathbb{Z} \ni \pi k_1, \pm \frac{\pi}{2}, \pi k_2, \pi k_3, \pi k_4$

4. Решите неравенство

$$\log_{x-1} (4^{\log_3 x} - 6x^{\log_3 2} + 10) \leq 0.$$

$\{x \in \mathbb{R}\} \cap (2, 1) \ni x$

5. Дана равнобокая трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AB$  и  $CD$ . Известно, что окружности, вписанные в треугольники  $ABC$  и  $ACD$ , касаются диагонали  $AC$  в одной и той же точке. При этом точка касания первой окружности со стороной  $BC$  делит эту сторону пополам. Найдите отношение, в котором точка касания второй окружности со стороной  $AD$  делит эту сторону считая от точки  $A$ .

1 : (3/2 + 3)

6. Найдите все пары действительных чисел  $(x, y)$  с наименьшим возможным значением  $y$ , удовлетворяющие равенству

$$\log_{x^2-y} \left( x - y^2 + \frac{7}{4} \right) \geq 1.$$

$(1 - \frac{5}{4}) = (1 \cdot x)$

7. Сфера касается всех рёбер тетраэдра  $ABCD$ . Известно, что произведения длин скрещивающихся рёбер равны. Известно также, что  $AB = 3$ ,  $BC = 1$ . Найдите  $AC$ .

□