

ДВИ по математике в МГУ

2021 год, вариант 1

1. Найдите в явном виде натуральное число, заданное выражением

$$\left(\frac{3 \sin \frac{\pi}{2}}{\log_2 16} - \sqrt{\frac{4}{9}} \right)^{-1}.$$

71

2. Автовладелец Авдей продал автосалону свой автомобиль за 60% его первоначальной стоимости. Автосалон выставил на продажу этот автомобиль за цену, на 20% большую уплаченной Авдею. Какова доля получившейся цены по отношению к первоначальной?

72

3. Решите уравнение

$$2 \cdot \frac{\sin 3x - \sin x}{\cos 3x + \cos x} = \sqrt{3} \cdot (1 - \operatorname{tg}^2 x).$$

$$\mathbb{Z} \ni \varphi, \frac{\pi}{x\varphi} + \frac{9}{x} = x$$

4. Решите неравенство

$$\log_{x-1}(x+1) - \log_{\sqrt{x+1}}(x-1) \geq 1.$$

$$[\mathbb{R} \setminus \{2\}] \cap [\mathbb{Z}^{\wedge}, 1) \ni x$$

5. В четырёхугольник $ABCD$ площади 2 вписана окружность, касающаяся сторон AB и CD в точках K и L соответственно. Отрезок KL пересекает диагональ AC в точке M . Найдите BD , если известно, что $AM = MC = 1$.

7

6. Найдите все значения параметра a , при которых равенство

$$\sin^6 x + \cos^6 x + a \cdot \sin 2x \geq a^2$$

выполняется для всех действительных x .

$$\frac{\pi}{1-\pi^{\wedge}} \geq v \geq \frac{\pi}{\pi^{\wedge}-1}$$

7. Вписанная в треугольную пирамиду $ABCD$ сфера касается граней BCD , ACD , ABD и ABC в точках A_1 , B_1 , C_1 и D_1 , соответственно. Известно, что D_1 является точкой пересечения высот треугольника ABC , что плоскости ABC и $A_1B_1C_1$ параллельны и что радиус окружности, описанной около треугольника ABC в четыре раза больше радиуса окружности, описанной около треугольника $A_1B_1C_1$. Найдите отношение, в котором сфера делит отрезок DD_1 , считая от вершины D .

7:1