

ДВИ по математике в МГУ

2020 год, вариант 6

1. Найдите наибольшее целое число, не превосходящее

$$\sqrt{\frac{4^3 + 3^4}{3^4 - 4^3}}.$$

2

2. Сумма первых ста членов арифметической прогрессии равна 750. Найдите член этой прогрессии с номером 99, если известно, что второй член этой прогрессии равен 7.

8

3. Решите уравнение

$$\sin x \cos 3x = \sin 3x \cos 5x.$$

$$\mathbb{Z} \ni 2\pi k_1, \pi k_2, \frac{2\pi}{3} + \frac{2\pi}{3}k_3, \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3}k_4$$

4. Решите неравенство

$$2^{\frac{3+5x}{1+2x}} + 2^{\frac{1+3x}{1+2x}} \leq 6\sqrt{2}.$$

$$\frac{4}{3} - x$$

5. На сторонах AB и AC треугольника ABC отмечены точки D и E соответственно. Точки B, C, E, D лежат на одной окружности. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ADC , если известно, что $\angle CDE = \angle BAC$ и что радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 1.

1

6. Дан куб $ABCD A' B' C' D'$ с основанием $ABCD$ и боковыми рёбрами AA', BB', CC', DD' . Найдите расстояние между прямой, проходящей через середины рёбер AB и AA' , и прямой, проходящей через середины рёбер BB' и $B'C'$, если ребро куба равно 1.

$$\frac{\sqrt{2}}{4}$$

7. Найдите произведение корней уравнения

$$\sin \frac{x^2 + x + 1}{2x} + \cos \frac{x^2 - x + 1}{2x} = \frac{x^2 - 4x + 1}{x} \cdot \cos \frac{\pi - 2}{4}.$$

1