

## ДВИ по математике в МГУ

2020 год, вариант 3

1. Найдите целое число, задаваемое выражением:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{1}{\sqrt{2}+1}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{2}+1}\right)^2.$$

11

2. Числа  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{20}$  образуют арифметическую прогрессию. Известно, что сумма первых десяти членов этой прогрессии равна 9, а сумма последних десяти членов равна 11. Найдите сумму

$$a_6 + a_7 + \dots + a_{14} + a_{15}.$$

01

3. Решите уравнение:

$$\cos x \cdot (2 \cos x - \cos 3x) = 1.$$

$\mathbb{Z} \ni \varphi, \frac{\pi}{4x}$

4. Решите неравенство:

$$3^x - 2^{x+1} \leq \sqrt{2 \cdot 9^x - 10 \cdot 6^x + 2^{2x+3}}.$$

$(\infty+, (\frac{\pi}{2} \wedge \frac{\pi}{4}) \tau / \varepsilon \text{до} 1] \cap [0, \infty-) \ni x$

5. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$  проведены биссектриса  $AL$  и высота  $CH$ . Найдите косинус угла  $\angle BAC$ , если  $HL \parallel AC$ .

$\frac{\tau}{1-\frac{\pi}{2}}$

6. Дан куб  $ABCD A' B' C' D'$  с основанием  $ABCD$  и боковыми ребрами  $AA', BB', CC', DD'$ . Найдите объём многогранника с вершинами, являющимися серединами ребер  $AB, AD, AA', CC', C'B', C'D'$ , если известно, что ребро куба равно 1.

$\frac{\pi}{1}$

7. Найдите все значения параметра  $a$  из промежутка  $[0, 2\pi)$ , при которых уравнение

$$\sqrt{\frac{3}{2}x^2 - xy + \frac{3}{2}y^2} = x \cos a + y \sin a$$

имеет хотя бы одно решение  $(x, y)$ , отличное от  $(0, 0)$ .

$\sqrt{3}x - y = 0$