

## ДВИ по математике в МГУ

2019 год

1. Найдите наибольшее целое число, не превосходящее

$$\sqrt{2019 \cdot 2029 - 2016 \cdot 2032}.$$

9

2. Найдите
- $a + b + c$
- , если известно, что

$$a + 2b = 3, \quad b + 2c = 4, \quad c + 2a = 5.$$

7

3. Решите уравнение

$$7 \sin x + 2 \cos 2x = 5.$$

$$\mathbb{Z} \ni 2k_1\pi, k_1, k_2 \in \mathbb{Z} \text{ и } \arcsin(-1) = \frac{\pi}{2} + 2k_2\pi, \frac{\pi}{2}$$

4. Решите неравенство

$$2^{\log_2^2 x} + 7x^{\log_2 x} < 16.$$

$$\frac{2}{7} > x > \frac{2}{7}$$

5. На гипотенузе
- $AB$
- прямоугольного треугольника
- $ABC$
- отмечены точки
- $D$
- и
- $E$
- таким образом, что
- $AD : DB = BE : EA = 1 : 4$
- . Найдите
- $AB$
- , если известно, что площадь треугольника
- $ABC$
- равна 18, а тангенс угла
- $\angle DCE$
- равен
- $5/3$
- .

6

6. Найдите все пары вещественных чисел
- $(a, b)$
- , при которых неравенство

$$2a(x+2)^4 + 9b(x-2)^4 \geq x^4 + 24x^2 + 16$$

справедливо для всех вещественных  $x$ .

$$\frac{81}{1} \leq q, \frac{7}{1} \leq p$$

7. Плоскость
- $\pi$
- проходит через три вершины прямоугольного параллелепипеда, отсекая от него тетраэдр. Два шара максимально возможных радиусов находятся внутри сферы, описанной около этого параллелепипеда, по разные стороны от плоскости
- $\pi$
- . Найдите отношение радиусов этих шаров, если известно, что рёбра параллелепипеда равны
- $1, \sqrt{2}, 2$
- .

6 : 6

8. Найдите все  $x, y$  из интервала  $(-\pi, \pi]$ , удовлетворяющие системе уравнений

$$\begin{cases} 10\sqrt{6} \sin x + 5 \sin y + 4\sqrt{3} \sin \frac{x+y}{2} = 6\sqrt{6}, \\ 5 \sin x \sin y + 4\sqrt{3} \sin x \sin \frac{x+y}{2} + \sqrt{2} \sin y \sin \frac{x+y}{2} = \frac{6\sqrt{6}}{5}. \end{cases}$$

$$\left( \frac{5}{1} \sin x \sin y - \frac{5}{1} \sin x \sin \frac{x+y}{2} - \frac{5}{1} \sin y \sin \frac{x+y}{2} \right) = \left( \frac{5}{1} \sin x \sin y - \frac{5}{1} \sin x \sin \frac{x+y}{2} \right) = \left( \frac{5}{1} \sin x \sin y - \frac{5}{1} \sin x \sin \frac{x+y}{2} \right)$$