

## ДВИ по математике в МГУ

2018 год

1. Какое из чисел  $\frac{49}{18}$  и  $\frac{79}{24}$  ближе к 3?

первое

2. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых разность между корнями уравнения

$$x^2 + 3ax + a^4 = 0$$

максимальна.

$$\frac{2^{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}} \mp a = 0$$

3. Решите уравнение  $\sin 4x \cos 10x = \sin x \cos 7x$ .

$$\mathbb{Z} \ni \varphi, \psi, \frac{2\pi}{1+\sqrt{2}}, \frac{\pi}{\sqrt{2}} = x$$

4. Решите неравенство  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{\log_{\sqrt{3}-\sqrt{2}} x} \geq (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{\log_x(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$ .

$$[\mathbb{Z}^{\wedge} + \mathbb{E}^{\wedge} \cdot \mathbb{T}] \cap [\mathbb{Z}^{\wedge} - \mathbb{E}^{\wedge} \cdot \mathbb{O}] \ni x$$

5. Дана трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ . Пусть  $M$  — середина отрезка  $AD$ , а  $N$  — произвольная точка отрезка  $BC$ . Пусть  $K$  — пересечение отрезков  $CM$  и  $DN$ , а  $L$  — пересечение отрезков  $MN$  и  $AC$ . Найдите все возможные значения площади треугольника  $DMK$ , если известно, что  $AD : BC = 3 : 2$ , а площадь треугольника  $ABL$  равна 4.

3

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} ax^2 + 4ax - 8y + 6a + 28 \leq 0, \\ ay^2 - 6ay - 8x + 11a - 12 \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

$$\mathbb{Z} = 0$$

7. Дан прямоугольный параллелепипед  $ABCD A' B' C' D'$  с боковыми рёбрами  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ ,  $DD'$ . На рёбрах  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DA$  нижнего основания отмечены соответственно точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$ ,  $N$ , таким образом, что  $AK : KB = 4 : 5$ ,  $BL : LC = 3 : 1$ ,  $CM : MD = 7 : 2$ ,  $DN : NA = 3 : 1$ . Пусть  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  — центры сфер, описанных около тетраэдров  $AKNA'$ ,  $BLKB'$ ,  $CMLC'$ , соответственно. Найдите  $PQ$ , если известно, что  $QR = 1$  и  $AB : BC = 3 : 2$ .

2/3

8. Найдите все пары чисел  $x, y$  из промежутка  $(0, \frac{\pi}{2})$ , при которых достигается минимум выражения

$$\left( \frac{\sqrt{3} \sin y}{\sqrt{2} \sin(x+y)} + 1 \right) \left( \frac{\sqrt{2} \sin x}{3 \sin y} + 1 \right)^2 \left( \frac{\sin(x+y)}{7\sqrt{3} \sin x} + 1 \right)^4.$$

$\frac{\sqrt{3}}{1} \operatorname{arccos} = \pi, \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \operatorname{arccos} = x$
---