

## ДВИ по математике в МГУ

2016 год

1. Найдите  $f\left(\frac{2}{7}\right)$ , если  $f(x) = \frac{x}{1-x} + \frac{3}{7}$ .

$\frac{53}{62}$

2. Разность между наибольшим и наименьшим корнями уравнения  $x^2 + ax - 6 = 0$  равна 5. Найдите все возможные значения  $a$ .

17

3. Решите уравнение  $2 \cos^2 x + 3 \sin 2x = 4 + 3 \cos 2x$ .

$x = \frac{\pi}{2} + k\pi, \arctan 5 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

4. Решите неравенство  $\log_{1-\log_3 x} (1 + \log_x^2 3) \leq 1$ .

$(\frac{8}{3}, 1) \cap [\frac{8}{3}, 0) \ni x$

5. Две окружности касаются внутренним образом в точке  $T$ . Хорда  $AB$  внешней окружности касается внутренней окружности в точке  $S$ . Прямая  $TS$  пересекает внешнюю окружность в точках  $T$  и  $C$ . Найдите площадь четырёхугольника  $TACB$ , если известно, что  $CB = BT = 3$ , а радиусы окружностей относятся как  $5 : 8$ .

$\frac{3}{2} \sqrt{8}$

6. Ровно в 9:00 из пункта А в пункт Б выехал автомобиль. Проехав две третьих пути, наблюдательный водитель автомобиля заметил, что мимо него в сторону пункта А проехал некий велосипедист. В тот самый момент, когда автомобиль прибыл в пункт Б, из пункта Б в пункт А выехал автобус. Когда до пункта А оставалось две пятых пути, не менее наблюдательный водитель автобуса заметил, что он поравнялся с тем самым велосипедистом. Во сколько приедет велосипедист в пункт А, если известно, что автобус прибыл в пункт А ровно в 11:00? Скорости велосипедиста, автомобиля и автобуса считать постоянными.

В 12:00

7. В основании правильной пирамиды с вершиной  $S$  лежит шестиугольник  $ABCDEF$  со стороной 14. Плоскость  $\pi$ , параллельная ребру  $AB$ , перпендикулярна плоскости  $DES$  и пересекает ребро  $BC$  в точке  $K$ , так что  $BK : KC = 3 : 4$ . Кроме того, прямые, по которым  $\pi$  пересекает плоскости  $BCS$  и  $AFS$ , параллельны. Найдите площадь треугольника, отсекаемого плоскостью  $\pi$  от грани  $CDS$ .

$\frac{25}{2} \sqrt{2}$

8. Найдите наименьшее значение выражения

$$\sqrt{106 + \log_a^2 \cos ax + \log_a \cos^{10} ax} + \sqrt{58 + \log_a^2 \sin ax - \log_a \sin^6 ax} + \sqrt{5 + \log_a^2 \operatorname{tg} ax + \log_a \operatorname{tg}^2 ax}$$

и все пары  $(a, x)$ , при которых оно достигается.

$$\mathbb{Z} \ni y \cdot \log_a \frac{8}{x} = x \cdot z = v \cdot \sqrt[6]{6}$$