

## ДВИ по математике в МГУ

2014 год

1. Найдите в явном виде натуральное число, заданное выражением  $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}(8 + 4\sqrt{3})$ .

7

2. Найдите максимальное значение функции  $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 6x + 17)$ .

8

3. Найдите все положительные  $x$ , удовлетворяющие неравенству  $x^{3x+7} > x^{12}$ .

$(\infty + \frac{8}{3}) \cap (1; 0) \ni x$

4. Решите уравнение

$$\cos^2 x - \cos x \sin^2 \left( \frac{5x}{4} - \frac{5\pi}{12} \right) + \frac{1}{4} = 0.$$

$\mathbb{Z} \ni u \cdot \frac{8}{2} + \frac{8}{2} = x$

5. Окружности  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  с центрами в точках  $O_1$  и  $O_2$  касаются внешним образом в точке  $A$ . Общая внешняя касательная к этим окружностям касается  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  соответственно в точках  $B_1$  и  $B_2$ . Общая касательная к окружностям, проходящая через точку  $A$ , пересекает отрезок  $B_1B_2$  в точке  $C$ . Прямая, делящая угол  $ACO_2$  пополам, пересекает прямые  $O_1B_1$ ,  $O_1O_2$ ,  $O_2B_2$  в точках  $D_1$ ,  $L$ ,  $D_2$  соответственно. Найдите отношение  $LD_2 : O_2D_2$ , если известно, что  $CD_1 = CO_1$ .

1 : 1

6. Найдите все положительные  $x$ ,  $y$ , удовлетворяющие системе уравнений

$$\begin{cases} x^{\frac{3}{2}} + y = 16, \\ x + y^{\frac{2}{3}} = 8. \end{cases}$$

8 = 8 ; 4 = x

7. В основании прямой призмы лежит правильный треугольник со стороной 1. Высота призмы равна  $\sqrt{2}$ . Найдите расстояние между скрещивающимися диагоналями боковых граней.

$\frac{8}{\sqrt{2}}$

8. Пусть

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \sqrt{-6x^2 - 14y^2 - 18xy + 6} + y, \\ g(x, y) &= -\sqrt{-6x^2 - 14y^2 - 18xy + 6} + y. \end{aligned}$$

Найдите все значения, которые может принимать хотя бы одна из этих функций.

$[\sqrt{2}^8; \sqrt{2}^8]$