

ДВИ по математике в МГУ

2012 год

1. Найдите многочлен второй степени, если известно, что его корни равны $-\frac{4}{7}$ и $\frac{5}{3}$, а свободный член равен -2 .

$$\boxed{2x^2 - x - 2}$$

2. Вычислите $\log_2 \log_{81} \frac{417}{139}$.

$$\boxed{-2}$$

3. Решите неравенство

$$(9^x - 3^{x+2} + 14) \cdot \sqrt{4 - 2^x} \leq 0.$$

$$\boxed{\{2\} \cap [2; 3]}$$

4. Решите уравнение

$$\sin 3x = \sqrt{2} \cos x - \sin x.$$

$$\boxed{\mathbb{Z} \ni \pi; \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}(1-); \mathbb{Z} \ni \pi; \pi + \frac{\pi}{4}}$$

5. Найдите площадь фигуры, состоящей из точек (x, y) координатной плоскости, удовлетворяющих уравнению

$$|x| + |x + 3y| + 3|y - 2| = 6.$$

$$\boxed{9}$$

6. Окружность касается сторон AB и BC треугольника ABC в точках D и E , соответственно, и пересекает сторону AC в точках F, G (точка F лежит между точками A и G). Найдите радиус этой окружности, если известно, что $AF = 5, GC = 2, AD : DB = 2 : 1$ и $BE = EC$.

$$\boxed{9/4}$$

7. Определите, при каких значениях параметра a уравнение

$$a\sqrt{x+y} = \sqrt{3x} + 2\sqrt{y}$$

имеет единственное решение (x, y) .

$$\boxed{(\infty; 2) \cap [9; \infty)}$$

8. В основании пирамиды лежит равнобедренный треугольник ABC со сторонами $AC = BC = 5$ и $AB = 6$, боковые ребра AS, BS, CS пирамиды равны соответственно 7, 7 и 4. Прямой круговой цилиндр расположен так, что окружность его верхнего основания имеет ровно одну общую точку с каждой из боковых граней пирамиды, а окружность нижнего основания лежит в плоскости ABC и касается прямых AC и BC . Найдите высоту цилиндра.

$$\boxed{\frac{9}{\sqrt{17}}}$$