

Олимпиада «Бельчонок» по математике

9 класс, 2025 год, вариант 2

1. В некотором уезде живут купцы и разбойники. Купцы всегда говорят правду, а разбойники всегда лгут. Однажды в ряд встали 100 жителей уезда. Каждый заявил, что если он уйдёт, то в оставшемся ряду у каждого купца будет сосед разбойник. При каком наибольшем количестве купцов такое возможно?

вопшкя 99

2. Точка P — середина основания KN трапеции $KLMN$. Отрезки LN и MP пересекаются в точке Q . Известно, что $KQ \perp LN$ и $LM = 5$. Найдите QM .

9

3. Сколько различных чисел среди членов последовательности

$$a_n = \frac{n^2 - 21}{n^2 - n - 15},$$

где $n = 5, 6, \dots, 100$?

16

4. На доске написаны числа:

две «2», три «3», четыре «4», ..., девять «9».

Разрешается стереть любые два числа m и n и записать вместо них на доску число $\frac{mn}{m+n}$ (оно может оказаться нецелым). После нескольких таких операций на доске осталось одно число. Чему оно может быть равно? **Укажите все возможные варианты и докажите, что других нет.**

Последнее число всегда будет равно $\frac{1}{8}$

5. Сколькими способами можно клетчатый прямоугольник 3×20 разбить на 4 вертикальных и 26 горизонтальных домино?

$4C_{12}^4 = 1980$ способов