

Олимпиада «Бельчонок» по математике

9 класс, 2024 год, вариант 1

1. Для $x = \sqrt{7} + 1$ найдите значение выражения $x^5 - 5x^4 + 36x$.

801–

2. В треугольнике ABC точка D лежит на стороне AC , $\angle ABD = \angle CBD$, $AB = BD = 5$, $BC = 9$. Найдите CD .

9

3. На ровной площадке сидят 8 бельчат, так, что каждому бельчонку видно ровно 6 бельчат. Все бельчата одинакового размера и могут смотреть во все стороны. Если бельчата сидят на одной прямой, то ближние бельчата заслоняют дальних, и бельчонок видит только ближайших к нему с обеих сторон. Нарисуйте, как могут сидеть бельчата (изображая их точками).

4. На плоскости поставили 70 точек так, что никакие три точки не лежат на одной прямой, и раскрасили их в 4 разных цвета. Все точки попарно соединили отрезками. Докажите, что найдется более 500 неравносторонних треугольников, у которых вершины являются точками одного цвета. Замечание. *Равносторонний треугольник является равносторонним.*

5. Целое число n делится на 7 и может быть представлено в виде

$$n = 3a^2 + b^2,$$

где a, b — целые числа. Докажите, что существуют такие целые числа m и k , что $\frac{n}{7} = 3m^2 + k^2$.