

Олимпиада «Бельчонок» по математике

8 класс, 2024 год, вариант 3

1. Две неубывающие последовательности неотрицательных целых чисел начинаются с разных чисел, и каждый член, начиная с третьего, равен сумме двух предыдущих. Десятые члены этих последовательностей совпадают. Найдите наименьшее возможное значение десятого члена.

1870

2. Дан прямоугольный треугольник ABC с прямым углом при вершине C . На катете BC отмечены точки M и N так, что $\angle CAM = \angle MAN = \angle NAB$. Пусть E и F — точки пересечения прямой, проходящей через точку M и отрезков AN и AB соответственно. Найдите AB , если известно, что $AE = 10$, $\angle ANB = 130^\circ$ и $\angle BFM = 110^\circ$.

20

3. Вася придумал новую шахматную фигуру X , которая может бить фигуру, которая находится на расстоянии 5 сантиметров от неё (расстояние между фигурами — это расстояние между центрами клеток, в которых находятся фигуры). Какое наибольшее количество не бьющих друг друга фигур X можно расставить на квадратной клетчатой доске 8×8 со стороной клетки, равной одному сантиметру?

32

4. На клетчатой доске 21×21 фишку двигали из одного угла в другой, делая ходы только вправо, вверх или вправо-вверх по диагонали. Ходов в каждом направлении было поровну. Найдите число возможных маршрутов, если известно, что фишку не могли двигать два хода подряд по диагонали.

 $C_{10}^{20} \cdot C_{10}^{21}$

5. Натуральные числа k , m и n таковы, что $(k - m)$ — простое число и

$$3n^2 = n(k + m) + km.$$

Докажите, что число $8n + 1$ является точным квадратом.