

Олимпиада «Бельчонок» по математике

8 класс, 2024 год, вариант 1

1. На доске написаны числа 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14. Вася стёр одно или несколько чисел так, что оставшиеся на доске числа нельзя разбить на несколько групп с равной суммой. Найдите максимальное значение суммы чисел, которые остались на доске.

16

2. Дан равнобедренный треугольник ABC ($AB = BC$), в котором проведена высота $АН$. Из точки M — середины стороны AB , опущен перпендикуляр MK на сторону AC . Найдите периметр треугольника, если известно, что $MK = AN$ и $AK = 10$.

200

3. Квадратная таблица размером 10×10 заполнена натуральными числами от 103 до 202. В каждой строке таблицы посчитали произведение чисел и получили набор $\{a_1, a_2, \dots, a_{10}\}$. Далее в каждом столбце также посчитали произведение чисел и получили набор $\{b_1, b_2, \dots, b_{10}\}$. Могут ли полученные наборы оказаться одинаковыми?

илюон эн ч'эн

4. В алфавите языка бельчат ровно 5 букв: А, Б, В, И, О, а в каждом слове ровно две гласные, они стоят не рядом, а согласных может быть сколько угодно, но не бывает тройки согласных подряд. Вождь бельчат повелел считать словами все строки букв, удовлетворяющих этим условиям, и выпустить полный словарь. Сколько в нём будет слов?

2646 слов

5. Натуральные числа x и y таковы, что

$$x^3 + y^3 + xy$$

делится на $xy(x - y)$. Докажите, что наименьшее общее кратное чисел x и y является точным квадратом.