

Олимпиада «Бельчонок» по математике

11 класс, 2024 год, вариант 2

1. Три человека независимо задумали по одному целому числу от 1 до 9. Какова вероятность, что произведение этих трёх чисел делится на 10?

$$\frac{817}{85} = d$$

2. Известно, что числа $a, b, c, \frac{ab}{c} + \frac{ac}{b} + \frac{bc}{a}$ — целые. Обязательно ли являются целыми все три числа $\frac{ab}{c}, \frac{ac}{b}, \frac{bc}{a}$?

$$e^{\pi}$$

3. По кругу растёт шесть деревьев. Утром на каждом дереве сидел один бельчонок. Вечером опять на каждом дереве сидел один из тех же шести бельчат, но ни один бельчонок не сидел на том же самом дереве, и не сидел на дереве, которое было соседним с тем, которое он занимал утром. Сколькими способами это можно было сделать?

$$20$$

4. На окружности по часовой стрелке поставлены точки A, B, C, D, E . Известно, что $AE = DE$. Пересечение отрезков AC и BD обозначим P . На продолжении отрезка AB за точку A выбрали точку Q так, что $AQ = DP$. На продолжении отрезка CD за точку D выбрали точку R так, что $AP = DR$. Докажите, что прямые PE и QR перпендикулярны.

5. Найдите все пары (a, b) натуральных чисел, для которых

$$27ab + (1 - a + b)^3 = 0.$$

$$(q^2 - a^2)(1 + a) = (q^2 - a^2)$$