

Олимпиада «Бельчонок» по математике

11 класс, 2024 год, вариант 1

1. Если сегодня плохая погода, то завтра с вероятностью 1 будет хорошая погода. Если сегодня хорошая погода, то завтра хорошая погода будет с вероятностью 0,5. Какова вероятность, что 14 марта будет хорошая погода, если 10 марта плохая и хорошая погоды равновероятны? (Погода одинаковая весь день и может быть только плохой или хорошей).

21

2. Многочлен

$$P(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 - 3$$

имеет корни a, b, c, d . Многочлен

$$Q(x) = x^6 + 2x^5 - 4x^4 - 6x^3 + x^2 - 2x + 7.$$

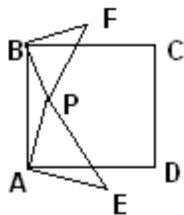
Найдите $Q(a) + Q(b) + Q(c) + Q(d)$.

2

3. Сколько трёхзначных натуральных чисел нельзя представить в виде суммы двух палиндромов? *Палиндром* — число, читающееся одинаково слева направо и справа налево. Однозначные числа $0, 1, \dots, 9$ также считаются палиндромами. Многозначные палиндромы не могут начинаться с 0.

1

4. Внутри квадрата $ABCD$ произвольно выбрана точка P , и построены равнобедренные прямоугольные треугольники PAE и PBF , $\angle PAE = \angle PBF = 90^\circ$ (см. рисунок). Прямые ED и FC пересекаются в точке G . Докажите, что GP перпендикулярно AB .



5. Найдите множество всех целых значений суммы

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{2} + \frac{2}{x},$$

где x и y — произвольные натуральные числа.

{3, 5, 6, 41}