

Олимпиада «Бельчонок» по математике

10 класс, 2024 год, вариант 2

1. Последовательность чисел $a_1, a_2, \dots, a_{2024}$ такова, что $a_1 = a_{2024}$ и

$$a_n + a_{n+1} - 1 = a_{n+1}^2$$

при всех целых n от 1 до 2023. Найдите a_{2000} .

□

2. Найдите количество строк из 6 натуральных чисел, произведение которых равно $6!$.

$$\boxed{C_4^6 C_2^6 C_1^6 = 15876 \text{ строк}}$$

3. Для положительных чисел x, y, z и t найдите минимальное значение выражения

$$N = \left(x + \frac{1}{y}\right)^3 + \left(y + \frac{1}{z}\right)^3 + \left(z + \frac{1}{t}\right)^3 + \left(t + \frac{1}{x}\right)^3.$$

□

4. Пусть BC — наибольшая сторона в треугольнике ABC , в котором проведены высоты AA_1 и BB_1 . Биссектриса $\angle C$ пересекает описанную около треугольника ABC окружность в точке L , высоту AA_1 в точке P , BB_1 — в точке Q . Найдите градусную меру угла ACB , если известно, что $AP = LQ$.

□

5. Существует ли функция f , заданная на множестве всех действительных чисел и принимающая действительные значения, и действительное число α , такие, что $f(\alpha) = -2$ и

$$f(f(x)) = xf(x) + 2x$$

для любого действительного x ?

□