

Олимпиада «Бельчонок» по математике

10 класс, 2023 год, вариант 1

1. Найдите все действительные решения системы

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1, \\ x^3 + y^3 = 4. \end{cases} \quad (x, y \neq 0).$$

2. Света выбирает три разных цифры из набора $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, а Костя выбирает три разных цифры из набора $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Каждый из них записывает свои цифры в порядке убывания. Какова вероятность, что трёхзначное число Кости больше трёхзначного числа Светы?

3. Из интервала $[51; 100]$ выбрали три различных целых числа a, b, c и составили из них 8 чисел: $a + b + c, a + bc, b + ac, c + ab, (a + b)c, (b + c)a, (c + a)b, abc$. Каково наименьшее возможное число различных среди них?

4. Даны две концентрические окружности ω_3 и ω_7 с центром O . Радиусы окружностей ω_3 и ω_7 равны соответственно 3 и 7. В окружности ω_3 проведена хорда AB . Через точку b проведена перпендикулярно AB прямая, пересекающая окружность ω_7 в точках C и D . Какие значения может принимать сумма квадратов трёх сторон треугольника ACD ?

5. 10 девушек встали в хоровод. Из всех компаний этих девушек численностью не менее 6 человек сколько таких, в которые входят хотя бы 3 девушки, стоящие в хороводе подряд?