

Олимпиада «Бельчонок» по математике

11 класс, 2022 год, вариант 2

1. Для отбора на соревнования борец Владимир должен был провести три схватки и одержать подряд хотя бы две победы. Его соперниками были Андрей (А) и Борис (Б). Владимир мог выбрать схему встреч: АБА или БАБ. Вероятность Владимира потерпеть поражение в одной схватке от Бориса равна 0,3, а от Андрея 0,4; вероятности постоянны. При какой схеме вероятность отобраться на соревнования больше, и чему равна эта вероятность?

2. Найдите для всех натуральных $n > 1$ положительные решения системы

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + \dots + nx_n = 3, \\ \frac{1}{x_1} + \frac{1}{2x_2} + \dots + \frac{1}{nx_n} = 3. \end{cases}$$

3. Докажите, что $\cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} + \cos \frac{5\pi}{7} = \frac{1}{2}$.

4. Коля и Влад начертили одинаковые выпуклые четырёхугольники $ABCD$. На стороне AB каждый из них выбрал точку E , на стороне CD каждый выбрал точку F . Коля выбрал точки на серединах сторон, а Влад — на расстоянии $1/3$ длины стороны AB от A и на расстоянии $1/3$ длины стороны CD от C . Потом каждый из них отметил середины отрезков AF , DE , BF , CE , получил соответственно точки K , L , M , N , и соединил их в указанном порядке. У каждого получился четырёхугольник $KLMN$. Коля считает, что площадь его четырёхугольника больше. Прав ли он?

5. Трое бельчат на завтрак обычно едят кашу: манную (М), пшённую (П), овсяную (О), гречневую (Г). Ни одна каша не нравится всем трем бельчатам, но для каждой пары бельчат есть хотя бы одна каша, которая нравится им обоим. Сколько можно составить разных таблиц, в которых в каждой клетке стоит плюс (если нравится) или минус (если не нравится)?

	М	П	О	Г
Бельчонок 1				
Бельчонок 2				
Бельчонок 3				