

## Олимпиада «Бельчонок» по математике

## 11 класс, 2022 год, вариант 1

1. Борис раскладывает 8 белых и 8 чёрных шариков по двум коробкам. Настя наугад выбирает коробку, а потом не глядя берёт из неё шарик. Может ли Борис так разложить шарики по двум коробкам, чтобы вероятность вынуть белый шарик была больше  $2/3$ ?

2. На продолжении за точку  $C$  стороны  $BC$  равностороннего треугольника  $ABC$  выбрана точка  $M$ , через неё проведена прямая, параллельная  $AC$ . Эта прямая пересекает продолжение стороны  $AB$  в точке  $N$ . Медианы треугольника  $BNM$  пересекаются в точке  $O$ . Точка  $D$  — середина  $AM$ . Найдите углы треугольника  $ODC$ .

3. На отрезке  $[2; 5]$  выбрали три разные точки, для каждой точки перемножили расстояния до двух других точек, получили положительные числа  $a, b, c$ . Докажите, что  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{8}{9}$ .

4. Найдите все натуральные числа  $a$ , для которых число

$$\frac{a + 1 + \sqrt{a^5 + 2a^2 + 1}}{a^2 + 1}$$

также является натуральным.

5. Найдите целую часть числа

$$\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{623} + \sqrt{624}}.$$