

**Олимпиада «Бельчонок» по математике****10 класс, 2022 год, вариант 1**

1. Пять членов жюри олимпиады проверяли работы. Первый, второй и четвертый члены жюри вместе могут проверить работы за 20 часов; второй, третьей и пятый вместе — за 15 часов. Если в проверке участвуют все, кроме второго члена жюри, то на проверку работ требуется 10 часов. Во сколько раз быстрее будет выполнена проверка работ всеми членами жюри по сравнению с проверкой работ только вторым членом жюри?
2. Ненулевые числа  $p$ ,  $q$ ,  $r$  являются тремя последовательными членами арифметической прогрессии. Докажите, что уравнение  $px^2 + 2\sqrt{2}qx + r = 0$  имеет два решения.
3. В таблице  $10 \times 10$  расставлены различные натуральные числа от 1 до 100. Оказалось, что в каждой строке (слева направо) и в каждом столбце (снизу вверх) числа идут в порядке возрастания. Найдите наибольшее возможное значение суммы чисел шестого столбца.
4. Окружность, построенная на стороне  $KM$  остроугольного треугольника  $KLM$  как на диаметре, пересекает стороны треугольника  $KL$  и  $LM$  в точках  $P$  и  $Q$  соответственно. Касательные к этой окружности, проведенные в точках  $P$  и  $Q$ , пересекаются в точке  $R$ . Докажите, что прямая  $LR$  перпендикулярна  $KM$ .
5. Печенье макарены трёх сортов (фисташковые, ванильные, карамельные) упаковывают в стандартные коробки по 20 изделий в каждой. Каждая коробка содержит макарены всех видов, причем порядок их расположения в коробке не существен. Сколько можно составить различных наборов макаренов при условии, что в коробке фисташковых макаренов не менее 2 и не более 12, ванильных тоже не менее 2 и не более 12, а карамельных не менее 3 и не более 14?