

Олимпиада «Бельчонок» по математике

9 класс, 2021 год, вариант 2

1. Числа a , b , c удовлетворяют равенствам $a(a + 1) = b(b + 1) = c(c + 1)$. Докажите, что $(a - b)(b - c)(c - a) = 0$.
2. На доске нарисована прямоугольная таблица 5×8 , в клетки которой Вася хочет расставить числа 3 и 1 так, чтобы в каждом столбце и в каждой строке сумма чисел делилась на 7. Удастся ли ему это сделать?
3. В трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD биссектриса угла B пересекает отрезок AD в точке M . Известно, что $AB = 4$, $BC = 9$ и $CD = 3$. В каком отношении точка M делит отрезок AD ?
4. Сколько решений в натуральных числах имеет уравнение $x^2y^3 = 3^{15} \cdot 20^{20} \cdot 5^{15}$?
5. В последовательности $\{x_n\}$ $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{3}{5}$, и все члены при $n \geq 3$ удовлетворяют соотношению $\frac{x_n}{x_{n-1}} = \frac{x_{n-2}}{2x_{n-2} - x_{n-1}}$. Найдите x_{100} .