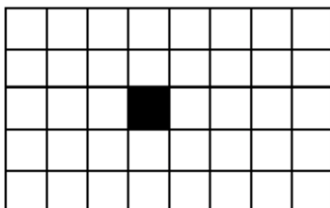


Олимпиада «Бельчонок» по математике

11 класс, 2021 год, вариант 1

1. На рисунке изображен клетчатый прямоугольник 5×8 (сторона каждой клетки равна 1) с одной закрашенной клеткой. Из центра чёрной клетки проведены векторы в центры всех других клеток, кроме двух. Какое наименьшее значение может принимать длина суммы всех полученных векторов?



2. Решите уравнение:

$$3 \sin^2 x - 3 \cos x - 6 \sin x + 2 \sin 2x + 3 = 0.$$

3. Найдите все трехзначные числа \overline{abc} , такие, что остаток от деления как числа \overline{abc} , так и числа \overline{cba} на сумму своих цифр, увеличенную на 1, равен 1.

4. В прямоугольном треугольнике ABC на гипотенузу AC опущена высота BH . Точки X и Y — центры окружностей, вписанных в треугольники ABH и CBH соответственно. Прямая XY пересекает катеты AB и BC в точках P и Q . Найдите площадь треугольника BPQ , если известно, что $BH = a$.

5. Дана квадратная таблица $n \times n$, где $n \geq 2$. В каждую из некоторых k клеток таблицы ставится по одной фишке так, чтобы в любом квадрате 2×2 было ровно 2 фишки. Найдите все значения k , при которых это можно сделать.