

Олимпиада «Бельчонок» по математике**10 класс, 2021 год, вариант 1**

1. В прямоугольнике 27×72 , разбитом на клетки 1×1 , двое игроков ходят по очереди, закрашивая квадраты любого размера, в которых ещё нет закрашенных клеток. Можно закрашивать и квадрат 1×1 , то есть 1 клетку. Проигрывает тот, кто не может сделать очередной ход. Кто всегда может выиграть, первый или второй?

2. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AM и CN . Угол ABC равен 60° . На стороне AC выбрана точка K так, что $AK = KC$. Найдите углы треугольника MNK .

3. В олимпиаде участвовали девятиклассники и десятиклассники. Каждый день для решения предлагалось 10 задач. В первый день каждый девятиклассник решил на одну задачу больше, чем каждый десятиклассник, а всего участники олимпиады в первый день решили 129 задач. Во второй день каждый десятиклассник решил на одну задачу больше, чем каждый девятиклассник, а всего участники олимпиады во второй день решили 190 задач. Сколько человек могло участвовать в олимпиаде?

4. Функция $f(x) = \frac{3^x(2x-1)}{x(x+1)}$ определена при положительных x . Найдите сумму

$$A = f(1) + f(2) + \dots + f(100).$$

5. Из вершин правильного $(2n + 1)$ -угольника случайным образом выбирают 3 вершины. При каких n вероятность того, что центр $(2n + 1)$ -угольника лежит внутри треугольника, образованного выбранными вершинами, меньше 0,3?