

Олимпиада «Бельчонок» по математике

9 класс, 2020 год, вариант 2

1. В тетради написаны буквы русского и английского алфавитов, всего вместе 59 букв. Артём и Надя по очереди вычеркивают буквы, причём за раз можно вычеркнуть или 1, или 2, или 8, или 9 букв. Тот, кто не сможет сделать ход, проигрывает. Начинает Артём. Кто из них может выиграть при любых ходах другого, и как ему надо вычеркивать буквы?
2. В окружности проведены две перпендикулярные хорды AB и CD , пересекающиеся в точке K . Известно, что $AK = 7$, $KB = 1$, $CK = 5$. Найдите радиус окружности.
3. Числа a , b , c положительны и $abc(a + 2b + 3c) = \frac{1}{6}$. Докажите, что $(a + 2b)(a + 3c) \geq 2$.
4. Найдите все нечётные четырёхзначные числа, которые кратны, но не равны числам, записанным теми же цифрами, но в обратном порядке.
5. Коля поставил внутри выпуклого 24-угольника несколько точек, и соединил их непересекающимися отрезками между собой и с вершинами многоугольника. В результате многоугольник разбился на треугольники. Какое наименьшее число точек надо поставить, чтобы число треугольников превысило 50?