

## Олимпиада «Бельчонок» по математике

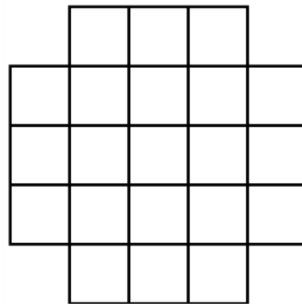
11 класс, 2020 год, вариант 2

1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sin 7x + \sin 4x = 1, \\ \sin^2 7x + \sin^2 4x = 1. \end{cases}$$

2. Натуральное число  $N$  имеет 30 делителей, а число  $5N$  имеет 40 делителей. Приведите пример такого числа.3. Окружность, проходящая через вершины  $A$  и  $B$  остроугольного треугольника  $ABC$ , пересекает стороны  $AC$  и  $BC$  в точках  $P$  и  $Q$  соответственно, а также проходит через центр описанной около треугольника  $PQC$  окружности. Отрезки  $AQ$  и  $BP$  пересекаются в точке  $K$ , а  $\angle ACB = 2\angle AKP$ . Найдите  $\angle ACB$ .

4. Фигура (см. рис.) состоит из одинаковых квадратных клеток, и две из них покрасили в синий цвет, а остальные клетки остались белыми. Сколько существует таких раскрасок, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются за одну?

5. Даны 50 неотрицательных чисел  $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_{49} \leq a_{50}$ . Сумма первых 48 чисел не превышает 50, и сумма двух последних также не превышает 50. Найдите максимальное возможное значение суммы квадратов этих чисел  $A = a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{49}^2 + a_{50}^2$ , и укажите все последовательности чисел, для которых этот максимум достигается.