

Олимпиада «Бельчонок» по математике

11 класс, 2020 год, вариант 1

1. Решите уравнение

$$2 \sin \frac{9x}{8} \cos \frac{9x}{8} + \cos x = 2.$$

2. Дана возрастающая положительная геометрическая прогрессия b_n . Известно, что

$$b_4 + b_3 - b_2 - b_1 = 9.$$

Докажите, что $b_5 + b_6 \geq 36$.

3. Около пятиугольника $ABCDE$ описана окружность, P — точка пересечения отрезков AC и BD , Q — точка касания отрезка CE и описанной около треугольника ABP окружности. Найдите $\angle CQP$, если известно, что $\angle ECD = 40^\circ$.

4. Сколькими способами можно поставить 17 фишек на шахматную доску 6×6 , если фишки нельзя ставить на клетки, имеющие общую сторону?

5. Найдите все тройки попарно простых натуральных чисел (a, b, c) ($a \leq b \leq c$) для которых $a^n + b^n + c^n$ делится на $a + b + c$ для всех натуральных $2 \leq n \leq 12$.