

## Олимпиада «Бельчонок» по математике

10 класс, 2019 год

1. Вася заметил, что задуманное им натуральное число  $n$  равно сумме двух натуральных делителей числа  $n + 22$ . Какое наибольшее число мог задумать Вася?
2. Каждый день со вторника по субботу бельчонок искал орехи в лесу. При этом каждый день он находил не больше орехов, чем в предыдущий день. Всего за 5 дней бельчонок нашёл 100 орехов. Какое наименьшее общее число орехов он мог найти за три дня — вторник, четверг и субботу?
3. Три числа  $x, y, z$  являются последовательными членами некоторой возрастающей арифметической прогрессии. Известно, что  $x^2 = n + 29$ ,  $y^2 = n + 301$  и  $z^2 = n + 605$ . Чему равно  $n$ ?
4. В треугольнике  $ABC$  с углом  $C = 120^\circ$  и площадью  $12\sqrt{3}$  проведена высота  $CD$ . В треугольниках  $ACD$  и  $BCD$  проведены высоты  $DE$  и  $DF$  соответственно. Найдите периметр треугольника  $EFC$ , если известно, что он равнобедренный.
5. Дана функция  $f(x) = 2|x - a| + |x - b| + c$ , где  $a, b, c$  — некоторые действительные числа, причем  $a < b$ . Известно, что множеством решений неравенства  $f(x) \leq 3$  является промежуток длины 2. Докажите, что  $f(x) > 0$  при всех  $x$ .