

## Олимпиада «Будущие исследователи — будущее науки»

## Математика, 9 класс, 2026 год

1. Дано сто чисел:  $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{100}$ . Вычислим 98 разностей (через одно число):

$$a_1 = \sqrt{3} - 1, \quad a_2 = \sqrt{4} - \sqrt{2}, \quad \dots, \quad a_{98} = \sqrt{100} - \sqrt{98}.$$

Докажите, что  $17,5 < a_1 + a_2 + \dots + a_{98} < 17,6$ .

2. На доске записано несколько целых чисел. Саша заменил каждое число (стерев его) следующим образом: каждое число, делящееся на 3, он сократил в три раза, а остальные числа заменил на утроенные. Могло ли оказаться так, что сумма новых и сумма исходных чисел совпали, если сумма исходных чисел была равна

а) 2026;

б) 100?

ОГЛОМ (9 :ОГЛОМ ЭН (8

3. Сколько существует шестизначных натуральных чисел, составленных из нечетных цифр, среди которых

а) ровно одна семёрка и одна девятка?

б) есть и семёрка и девятка?

8) 2430; (6) 8162

4. Дан треугольник  $ABC$  периметра  $P$  с острыми углами  $A$  и  $C$ . Для текущей точки  $M$  на стороне  $AC$  рассматриваются точки  $M_1$  и  $M_2$  — центры окружностей, описанных около треугольников  $ABM$  и  $CBM$ . Чему равно наименьшее значение периметра треугольника  $M_1MM_2$ ?

7/P

5. Докажите, что число  $N = 2^{2026} + 1$  имеет не менее

а) двух различных простых делителей;

б) трех различных простых делителей.