

## Олимпиада «Будущие исследователи — будущее науки»

### Математика, 8 класс, 2023 год

1. Найдите наименьшее натуральное число, делящееся на 5, с суммой цифр 100. Ответ обоснуйте.
2. Даны два взаимно простых натуральных числа  $p$  и  $q$ , отличающиеся больше, чем на единицу. Докажите, что существует такое натуральное  $n$ , что числа  $p + n$  и  $q + n$  не будут взаимно простыми.
3. О данном треугольнике и данном четырехугольнике известно следующее: для любых двух углов треугольника найдется угол четырехугольника, по величине равный сумме этих двух углов треугольника. Докажите, что треугольник равнобедренный.
4. В отряде космонавтов 20 человек, у каждого — не менее 15 друзей в отряде. В космос требуется отправить экипаж, в котором все дружат между собой. Обязательно ли удастся сформировать экипаж
  - а) из четырех человек?
  - б) из пяти человек?
5. В каждую клетку клетчатого квадрата  $9 \times 9$  записаны нули. Требуется за несколько ходов составить магический квадрат (сумма во всех строках и столбцах должна быть равна одному и тому же числу). Можно ли это сделать, если за один ход разрешается
  - а) выбрать строку и прибавить положительное число к любым двум соседним клеткам в выбранной строке, причем прибавляемое число разрешается менять от хода к ходу;
  - б) прибавить единицу к любым двум соседним по стороне клеткам?