

Олимпиада «Будущие исследователи — будущее науки»

Математика, 9 класс, 2021 год

1. Существуют ли такие нецелые числа x , y , что оба числа $5x + 7y$ и $7x + 10y$ целые?
2. В треугольнике ABC угол A наибольший. Точки M и N симметричны вершине A относительно биссектрис углов B и C соответственно. Найдите $\angle A$, если $\angle MAN = 50^\circ$.
3. Сколько существует прямоугольных треугольников с целочисленными сторонами, у которых один из катетов равен 2021?
4. 25 учеников класса, среди которых n мальчиков, сидят за большим круглым столом. Обязательно ли найдутся два мальчика, между которыми (по часовой стрелке) сидят ровно 4 человека, если
 - а) $n = 10$;
 - б) $n = 11$?
5. Дано 10 чисел: 10, 20, 30, ..., 100. С ними можно проделать следующую операцию: выбрать любые три и прибавить к выбранным числам по единице. С полученными 10 числами проделывается та же операция и т. д. Можно ли в результате нескольких операций получить:
 - а) все одинаковые числа?
 - б) все числа, равные 200?