

Олимпиада «Будущие исследователи — будущее науки»

Математика, 11 класс, 2021 год

1. Решите уравнение

$$(x^4 + x + 1) \left(\sqrt[3]{80} - \sqrt[3]{0,01} \right) = 2 \left(\sqrt[3]{5,12} + \sqrt[3]{0,03375} \right).$$

2. Дан равнобедренный треугольник ABC с основанием AC . Пусть M — точка пересечения медиан. Докажите, что $\angle BAM < 2\angle MAC$.

3. Последовательность целых чисел a_n задается следующим образом: $a_{n+1} = a_n^2 - a_n + 1$, $a_1 = 100$. Докажите, что любые два различных члена последовательности взаимно просты.

4. У Пети скопилось много кусочков пластилина трех цветов, и он плотно заполнил пластилином полый куб со стороной 5 см, так что в кубе не осталось свободного места. Докажите, что внутри куба найдутся две точки одного цвета на расстоянии ровно 7 см друг от друга.

5. Существует ли такой многочлен десятой степени, принимающий целые значения при всех целых аргументах, у которого старший коэффициент не превосходит по абсолютной величине 10^{-6} ?