

Олимпиада «Будущие исследователи — будущее науки»

Математика, 9 класс, 2018 год

1. Даны три положительных числа, не обязательно различных. Известно, что если из произведения любых двух из них вычесть третье, то получится одно и то же число a . Докажите, что $a \geq -\frac{1}{4}$.
2. Существует ли такая точка с целыми координатами на координатной плоскости, расстояние от которой до начала координат равно $\sqrt{2 \cdot 2017^2 + 2 \cdot 2018^2}$?
3. В 9а классе 30 человек, из них 22 посещают кружок французского языка, 21 — кружок немецкого языка и 18 — кружок китайского языка. Докажите, что в классе есть ученик, посещающий все три кружка.
4. Петя говорит Васе: «Я построил неравносторонний треугольник ABC и провел биссектрисы AM и CN . Оказалось, что $OM = ON$, где O — точка пересечения биссектрис. Сможешь ли ты определить, чему равен угол B ?» Вася отвечает: «Да такого не может быть, чтобы в неравностороннем треугольнике отрезки OM и ON оказались равными». Кто из мальчиков прав?
5. Найдите все пары натуральных чисел m, n , для которых $n! + 4! = m^2$ (где $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$).