

Олимпиада «Будущие исследователи — будущее науки»

Математика, 11 класс, 2017 год

1. Дана последовательность $a_n = (-1)^{1+2+\dots+n}$. Найдите $a_1 + a_2 + \dots + a_{2017}$.
2. Изобразите на координатной плоскости множество точек, удовлетворяющих неравенству $\arcsin x + \arcsin y > \pi/2$.
3. Дана трапеция $ABCD$ ($BC \parallel AD$), в которую вписана окружность с центром O . Прямые BO и CO пересекают нижнее основание AD в точках M и N соответственно. Докажите соотношение для площадей

$$S_{AON} + S_{DOM} + 2S_{NOM} = \frac{1}{2}S_{ABCD}.$$

4. Сколько существует

- а) прямоугольников;
- б) прямоугольных треугольников

с целочисленными сторонами, у которых площадь численно равна периметру? (Равные фигуры считаются за одну.)

5. О некотором квадратном трехчлене известна следующая информация: его старший коэффициент равен единице, у него целые корни, а его график (парабола) пересекается с прямой $y = 2017$ в двух точках с целыми координатами. Можно ли по этой информации однозначно определить ординату вершины параболы?