

Олимпиада «Будущие исследователи — будущее науки»

Математика, 10 класс, 2017 год

1. Петя говорит Коле: «Если ты задумаешь квадратный трехчлен, имеющий корни, и назовешь мне только старший коэффициент и расстояние между корнями, то я угадаю ординату вершины на его графике». Коля считает, что Петя ошибается: ведь для задания квадратного трехчлена нужно знать три числа. Кто из мальчиков прав?

2. Даны три числа: x , y , z . Известно, что каждое из чисел $2x - y$, $3y - 2z$ и $4z - 3x$ отрицательно. Докажите, что каждое из чисел x , y , z тоже отрицательно.

3. Дана трапеция $ABCD$ ($BC \parallel AD$), в которую вписана окружность с центром O . Прямая BO пересекает нижнее основание AD в точке M . Докажите соотношение для площадей $S_{AOM} + S_{COD} = \frac{1}{2}S_{ABCD}$.

4. Имеется n гирек, каждая весит целое число граммов, а суммарный их вес равен 100 гр. Верно ли, что все гирьки всегда можно разложить на две чаши весов так, чтобы они уравновесились, если

а) $n = 50$;

б) $n = 51$?

5. Сколько существует

а) прямоугольников;

б) прямоугольных треугольников

с целочисленными сторонами, у которых площадь численно равна периметру? (Равные фигуры считаются за одну).