

## Целочисленные решётки

ЗАДАЧА 1. (ММО, 1957, 7–8) Улитка ползёт по плоскости с постоянной скоростью, каждые 15 минут поворачивая под прямым углом. Докажите, что вернуться в исходную точку она сможет лишь через целое число часов.

ЗАДАЧА 2. (Турнир городов, 2015, 8–9) Паутина имеет вид клетчатой сетки  $100 \times 100$  узлов (другими словами, это сетка  $99 \times 99$  клеток). В каком-то её углу сидит паук, а в некоторых 100 узлах к паутине приклеились мухи. За ход паук может переместиться в любой соседний с ним узел. Может ли паук гарантированно съесть всех мух, затратив не более

- а) 2100 ходов;
- б) 2000 ходов?

ЗАДАЧА 3. («Высшая проба», 2019, 11.2) Мистер  $A$  час простоял в точке с координатами  $(0, 0)$ . За этот же час, двигаясь равномерно и прямолинейно, мистер  $B$  дошел от точки  $(22, 0)$  до точки  $(2, 20)$ . За этот же час мадемуазель  $C$ , тоже двигавшаяся равномерно и прямолинейно, прошла от точки  $(30, 4)$  до точки  $(0, 24)$ . Сколько раз за указанный период наблюдения принимала целые значения площадь треугольника  $ABC$ ? Начальный и конечный момент включаются.

□

ЗАДАЧА 4. («Высшая проба», 2017, 10.6) Сторона  $BC$  правильного треугольника  $ABC$  разделена на 2016 равных частей точками  $A_1, \dots, A_{2015}$ , стороны  $AC$  и  $AB$  — точками  $B_1, \dots, B_{2015}$  и  $C_1, \dots, C_{2015}$ . Треугольник  $A_i B_j C_k$  называется красным, если содержит центр  $ABC$ , и синим иначе. Каких треугольников больше: красных или синих?