

Взвешивания

1. (*Всеросс., 2019, ШЭ, 5.4*) Как известно, чашечные весы приходят в равновесие, когда на обеих чашах одинаковый вес. На одной чаше весов лежат 9 одинаковых алмазов, а на другой — 4 одинаковых изумруда. Если добавить один такой же изумруд к алмазам, то весы будут уравновешены. Сколько алмазов уравновесят один изумруд? Ответ нужно обосновать.

□

2. (*Всеросс., 2020, ШЭ, 5.5*) Мерлин решил взвесить короля Артура на заколдованных весах, которые всегда ошибаются на один и тот же вес в одну и ту же сторону. Когда Мерлин взвесил Артура, они показали вес 19 стоунов. Затем Мерлин взвесил королевского коня и получил вес 101 стоун. Наконец, Мерлин взвесил Артура на коне, и весы показали 114 стоунов. Сколько стоунов весит король Артур на самом деле?

□ 13 стоунов

3. (*Всеросс., 2014, МЭ, 5.5*) Из пяти монет — две фальшивые. Одна из фальшивых монет легче настоящей, а другая — на столько же тяжелее настоящей. Объясните, как за три взвешивания на чашечных весах без гирь найти обе фальшивые монеты.

4. (*Всеросс., 2014, МЭ, 6.5*) Шейх разложил свои сокровища по девяти мешкам: в первый мешок 1 кг, во второй — 2 кг, в третий — 3 кг, и так далее, в девятый — 9 кг. Коварный визирь украл часть сокровищ из одного мешка. Как за два взвешивания на чашечных весах без гирь шейху определить, из какого именно?

5. (*Московская устная олимпиада, 2017, 6.6*) Четыре внешне одинаковые монетки весят 1, 2, 3 и 4 грамма. Можно ли за четыре взвешивания на чашечных весах без гирь узнать, какая из них сколько весит?

6. (*Московская устная олимпиада, 2008, 6.7*) Ювелир изготовил 6 одинаковых по виду серебряных украшений массой 22 г, 23 г, 24 г, 32 г, 34 г и 36 г и поручил своему подмастерью выбить на каждом украшении его массу. Может ли ювелир за два взвешивания на чашечных весах без стрелок и гирек определить, не перепутал ли подмастерье украшения?

7. (*Московская устная олимпиада, 2011, 6.8*) Известно, что среди 63 монет есть 7 фальшивых. Все фальшивые монеты весят одинаково, все настоящие монеты также весят одинаково, и фальшивая монета легче настоящей. Как за три взвешивания на чашечных весах без гирь определить 7 настоящих монет?

8. (*Московская устная олимпиада, 2019, 6.8*) Перед Петей выставили в ряд пять гирь. Ему известно, что это гири массами 19 г, 20 г, 20 г, 20 г, 21 г, стоящие в каком-то порядке, при этом гири массами 19 г и 21 г стоят рядом. У Пети есть электронные весы, которые показывают массу положенного на них груза. Помогите Пете за два взвешивания определить массу каждой гири.

9. (*Московская устная олимпиада, 2015, 6.9*) Есть 13 золотых и 14 серебряных монет, из которых ровно одна фальшивая. Известно, что если фальшивая монета — золотая, то она легче настоящей, так как сделана из меньшего количества золота, а если фальшивая монета — серебряная, то она тяжелее настоящей, так как сделана из более дешевого и тяжелого металла. Как найти фальшивую монету за три взвешивания на чашечных весах без гирь? (Настоящие золотые монеты весят одинаково и настоящие серебряные монеты весят одинаково.)
10. (*Московская устная олимпиада, 2006, 6–7.9*) По кругу лежат 13 старинных монет различного веса. За одно взвешивание можно узнать вес одной монеты. Объясните, как за шесть взвешиваний найти монету, которая тяжелее двух своих соседей.
11. (*Московская устная олимпиада, 2002, 7.1*) В наборе из 10 гирек любые четыре гирьки перевешивают любые три из оставшихся. Верно ли, что любые три гирьки из этого набора перевешивают любые две из оставшихся семи?
12. (*Математический праздник, 2017, 7.2*) У аптекаря есть три гирьки, с помощью которых он одному покупателю отвесил 100 г йода, другому — 101 г мёда, а третьему — 102 г перекиси водорода. Гирьки он ставил всегда на одну чашу весов, а товар — на другую. Могло ли быть так, что каждая гирька легче 90 г?
13. (*«Высшая проба», 2014, 7.3*) Имеются 4 арбуза, любые два из которых имеют разный вес. Покажите, как за 4 взвешивания на чашечных весах без гирь найти два самых тяжёлых арбуза.
14. (*Турнир Архимеда, 2016.5*) На столе три слитка золота весом в 3, 4 и 5 г. На каждом слитке указан вес, но надписи могут быть перепутаны. Вес слитков можно сравнивать на чашечных весах без гирь, но в момент взвешивания на одну из чашек (любую) прыгает невидимый гном весом в 1 г. Как, сделав не более двух взвешиваний, выяснить правильный вес хотя бы одного слитка?
15. (*Турнир Архимеда, 2018.5*) Из 9 монет одна фальшивая — более лёгкая. Алисе требуется найти 7 настоящих монет за 4 взвешивания на чашечных весах без гирь. Возможно ли это? Следует учесть, что весы в Зазеркалье всегда «врут» (то есть показывают неправильное соотношение между грузами на чашках, например, если весы показывают равновесие, на самом деле равновесия нет и какой-то из двух грузов тяжелее).