

Треугольник XYZ

В задачах с двумя окружностями может помочь вспомогательный треугольник, который обычно нужно дополнительно строить (поэтому мы и называем его условно XYZ). Располагаться он может по-разному, но одна из его сторон — отрезок, соединяющий центры окружностей (или параллельно сдвинутый такой отрезок).

ЗАДАЧА 1. Окружности радиусами R и r касаются внешним образом. Найдите длину отрезка их общей касательной.

 $2\sqrt{Rr}$

ЗАДАЧА 2. (*problems.ru*, 52889) Радиусы двух окружностей равны 27 и 13, а расстояние между центрами равно 50. Найдите длины их общих касательных.

 48 и 30

ЗАДАЧА 3. (*problems.ru*, 53084) Две окружности радиусов 5 и 3 касаются внутренним образом. Хорда большей окружности касается меньшей окружности и делится точкой касания в отношении 3 : 1. Найдите длину этой хорды.

 8

ЗАДАЧА 4. (*ЕГЭ*, 2013) Окружности радиусов 1 и 4 с центрами O_1 и O_2 соответственно касаются внешним образом в точке C . AO_1 и BO_2 — параллельные радиусы этих окружностей, причём $\angle AO_1O_2 = 60^\circ$. Найдите AB .

 5 или 7

ЗАДАЧА 5. («Физтех», 2012.4) Две окружности разных радиусов касаются внешним образом. К ним проведены две общие внешние касательные AC и BD . Их точки касания с меньшей окружностью — A и B , с большей окружностью — C и D . Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AB = 24/5$, $AC = 12$.

 12 и 3

ЗАДАЧА 6. («Физтех», 2023, 10) Окружности Ω и ω радиусов 5 и 3 соответственно касаются друг друга внутренним образом в точке T . Прямая ℓ пересекает окружность ω в точках B и C , а окружность Ω — в точках A и D , причём B лежит между A и C , C лежит между B и D , а центры окружностей лежат по одну сторону от ℓ . Известно, что $AB : BC : CD = 1 : 4 : 7$. Найдите AC^2 . При необходимости округлите ответ до трёх знаков после запятой.

 $\frac{77}{20} \approx 10,649$

ЗАДАЧА 7. («Физтех», 2023, 11) Окружности Ω и ω радиусов 5 и 4 соответственно касаются друг друга внешним образом в точке T . Прямая ℓ пересекает окружность ω в точках A и B , а окружность Ω — в точках C и D , причём B лежит между A и C , C лежит между B и D , а центры окружностей лежат по одну сторону от ℓ . Известно, что $AB : BC : CD = 4 : 1 : 6$. Найдите BC^2 . При необходимости округлите ответ до трёх знаков после запятой.

 $\frac{864}{385} \approx 2,244$