

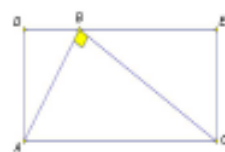
Прямоугольный треугольник

ЗАДАЧА 1. («Физтех», 2023, 8) В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом при вершине B проведены биссектрисы AP и CQ . Точки M и N — проекции точек Q и P на сторону AC соответственно. Найдите $\angle BMN$, если $\angle CBN = 17^\circ$. Ответ укажите в градусах.

79

ЗАДАЧА 2. («Ломоносов», 2019, 7–8.3) В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C проведены биссектриса BD и высота CH . Из вершины C на биссектрису BD опущен перпендикуляр CK . Найдите угол HCK , если $BK : KD = 3 : 1$.

ЗАДАЧА 3. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 7–8.3, 9.2) Около прямоугольного треугольника ABC с катетами $AB = 5$ и $BC = 6$ описали прямоугольник $ADEC$, как показано на рисунке. Какова площадь $ADEC$?



08

ЗАДАЧА 4. («Ломоносов», 2016, 7–8.3, 9.1) В прямоугольнике $ABDF$ на сторонах $BD = 2$ и $DF = 3$ выбрали точки C и E соответственно, так, что треугольник AFE равен треугольнику EDC . Потом от прямоугольника $ABDF$ отрезали треугольники ABC , CDE и AFE . Найдите углы оставшегося треугольника.

ЗАДАЧА 5. («Курчатов», 2015, 7.4) В прямоугольном треугольнике ABC провели биссектрису AL и отметили на гипотенузе AB такую точку K , что $AB = 3BK$. Оказалось, что угол ALK — прямой. Докажите, что $AL = BL$.

ЗАДАЧА 6. («Ломоносов», 2011, 8.5) Из вершины прямого угла C треугольника ABC проведена медиана CM . Окружность, вписанная в треугольник ACM , касается стороны CM в её середине. Найдите углы треугольника ABC .

06 ' 09 ' 08

ЗАДАЧА 7. («Физтех», 2023, 9) Точка F лежит на катете KP прямоугольного треугольника KPM , периметр которого равен 45. Окружность радиуса 5 с центром в точке F касается гипотенузы PM и катета KM . Найдите все возможные значения KM . Если их несколько, запишите в ответе их сумму.

27.5

ЗАДАЧА 8. («Физтех», 2023, 9) В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом при вершине B проведены биссектрисы AP и CQ . Точки M и N — проекции точек Q и P на сторону AC соответственно. Найдите MN , если расстояние от вершины B до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , равно $17\sqrt{2}$.

34

ЗАДАЧА 9. («Физтех», 2018, 9.5) На продолжении стороны AC треугольника ABC за точку A отмечена точка T такая, что $\angle BAC = 2\angle BTC$. Найдите площадь треугольника ABC , если известно, что $AB = AC$, $BT = 70$, $AT = 37$.

427

ЗАДАЧА 10. («Физтех», 2023, 10) Прямоугольный треугольник ABC ($\angle A = 90^\circ$) с катетами 51 и 70 вписан в окружность Γ . Пусть E и F — середины меньших дуг AB и AC описанной окружности. Вычислите длину части отрезка EF , попавшей внутрь треугольника ABC . Ответ округлите до сотых.

24.32

ЗАДАЧА 11. («Физтех», 2023, 10) На декартовой плоскости имеется квадратный бильярдный стол с вершинами в точках $(0; 0)$, $(0; 10)$, $(10; 0)$ и $(10; 10)$ и шар в точке $(3; 4)$. Шар при ударе по нему попал в нижнюю правую лузу (точка $(10; 0)$), отскочив сначала от верхнего борта, потом от правого, далее от нижнего, потом от левого и, наконец, снова от верхнего. Какое расстояние преодолел шар перед тем, как попасть в лузу? (Считайте, что шар и луза — материальные точки.)

45

ЗАДАЧА 12. («Физтех», 2023, 11) На декартовой плоскости имеется прямоугольный бильярдный стол с вершинами в точках $(0; 0)$, $(0; 6)$, $(10; 0)$, $(10; 6)$ и шар в точке $(2; 3)$. Шар при ударе по нему попал в нижнюю правую лузу (точка $(10; 0)$), отскочив сначала от верхнего борта, потом от правого, далее от нижнего, потом от левого и, наконец, снова от верхнего. Какое расстояние преодолел шар перед тем, как попасть в лузу? (Считайте, что шар и луза — материальные точки.)

35

ЗАДАЧА 13. (Всеросс., 2013, МЭ, 8.4) В трапеции $ABCD$ основание BC в два раза меньше основания AD . Из вершины D опущен перпендикуляр DE на сторону AB . Докажите, что $CE = CD$.

ЗАДАЧА 14. (Всеросс., 2013, МЭ, 8.6) Точка K — середина гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC . На катетах AC и BC выбраны точки M и N соответственно так, что угол MKN — прямой. Докажите, что из отрезков AM , BN и MN можно составить прямоугольный треугольник.

ЗАДАЧА 15. (Турнир городов, 2016, 8–9) На катетах AC и BC прямоугольного треугольника ABC отметили точки K и L соответственно, а на гипотенузе AB — точку M так, что $AK = BL = a$, $KM = LM = b$ и угол KML прямой. Докажите, что $a = b$.

ЗАДАЧА 16. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 9.7) Марк Уотни испытывает на прочность новый купол, предназначенный для экспедиции на Марс. Купол выполнен в форме полусферы радиуса 20 м. Марк поворачивается на север и стреляет под углом 45° к земле, потом поворачивается на юг и тоже стреляет под углом 45° (см. рис). Какие значения может принимать $|P_1P_2|$ — расстояние между точками попадания?



$20\sqrt{2}$

ЗАДАЧА 17. («Курчатов», 2015, 9.4) На медиане CM треугольника ABC выбрана такая точка D , что $2CD = AB$. Прямая BD пересекает сторону AC в точке E . Докажите, что если $DE = CE$, то угол BMC равен 120° .

ЗАДАЧА 18. («Ломоносов», 2019, 9.8) В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C точки P и Q — середины биссектрис, проведённых из вершин A и B . Вписанная в треугольник окружность касается гипотенузы в точке H . Найдите угол PHQ .