

Тела вращения

ЗАДАЧА 1. (МГУ, мехмат, 2007.6) Два конуса имеют общую вершину и единственную общую образующую, которая составляет с их осями углы в 30° и 45° . Двугранный угол расположен так, что каждая его грань касается каждого из конусов по разным образующим. Найти величину этого угла.

$$\frac{2}{3} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \arccos \frac{2}{3}$$

ЗАДАЧА 2. (Моск. матем. регата, 2013, 10) Точка A лежит на окружности верхнего основания прямого кругового цилиндра, B — наиболее удаленная от неё точка на окружности нижнего основания, C — произвольная точка окружности нижнего основания. Найдите AB , если $AC = 12$, $BC = 5$.

ЗАДАЧА 3. (Моск. матем. регата, 2012, 10) Вокруг цилиндрической колонны высотой 20 метров и диаметра 3 метра обвита узкая лента, которая поднимается от подножия до вершины семью полными витками. Какова длина ленты?

$$\sqrt{40\pi^2 + 441\pi^2} \text{ м}$$

ЗАДАЧА 4. (Всеросс., 2000, ОЭ, 11) Высота и радиус основания цилиндра равны 1. Каким наименьшим числом шаров радиуса 1 можно целиком покрыть этот цилиндр?

ЗАДАЧА 5. (Всеросс. по геометрии, 2007, 10) На плоскости лежат три трубы (круговые цилиндры одного размера в обхвате 4 м). Две из них лежат параллельно и, касаясь друг друга по общей образующей, образуют над плоскостью тоннель. Третья, перпендикулярная к первым двум, вырезает в тоннеле камеру. Найдите площадь границы этой камеры.

$$\frac{\pi}{8}$$

ЗАДАЧА 6. (ММО, 2009, 11) Моток ниток проткнули насквозь 72 цилиндрическими спицами радиуса 1 каждая, в результате чего он приобрёл форму цилиндра радиуса 6. Могла ли высота этого цилиндра оказаться также равной 6?

ЗАДАЧА 7. (Московская устная олимпиада по геометрии, 2010, 10–11) Все ребра правильной четырёхугольной пирамиды равны 1, а все вершины лежат на боковой поверхности (бесконечного) прямого кругового цилиндра радиуса R . Найдите все возможные значения R .