

Сумма цифр числа

ЗАДАЧА 1. (ММО, 1993, 8.1) Обозначим через $S(x)$ сумму цифр натурального числа x . Решить уравнения:

а) $x + S(x) + S(S(x)) = 1993$;

б) $x + S(x) + S(S(x)) + S(S(S(x))) = 1993$.

ЗАДАЧА 2. Покажите, что

$$S(x + y) = S(x) + S(y) - 9p,$$

где p — число переходов через десяток при сложении чисел x и y в столбик.

ЗАДАЧА 3. (ММО, 2002, 8.2) Квадрат суммы цифр числа A равен сумме цифр числа A^2 . Найдите все такие двузначные числа A .

ЗАДАЧА 4. (ОММО, 2018) В десятичной записи чётного числа M участвуют только цифры 0, 2, 4, 5, 7 и 9, цифры могут повторяться. Известно, что сумма цифр числа $2M$ равняется 35, а сумма цифр числа $M/2$ равняется 29. Какие значения может принимать сумма цифр числа M ? Укажите все возможные ответы.

□

ЗАДАЧА 5. (Всеросс., 2005, ОЭ, 8.5, 9.5) Известно, что сумма цифр натурального числа N равна 100, а сумма цифр числа $5N$ равна 50. Докажите, что N чётно.

ЗАДАЧА 6. (ММО, 1976, 7.3, 8.1) Существует ли такое натуральное число n , что сумма цифр числа n^2 равна 100?

ЗАДАЧА 7. (Всеросс., 2001, ОЭ, 8.6) Натуральное число n назовём *хорошим*, если каждое из чисел n , $n + 1$, $n + 2$ и $n + 3$ делится на сумму своих цифр. (Например, $n = 60398$ — хорошее.) Обязательно ли предпоследней цифрой хорошего числа, оканчивающегося восьмёркой, будет девятка?

ЗАДАЧА 8. (Олимпиада Эйлера, финал, 2018.1) Петя загадал натуральное число N , Вася хочет его отгадать. Петя сообщает Васе сумму цифр числа $N + 1$, затем сумму цифр числа $N + 2$ и т. д. Верно ли, что рано или поздно умный Вася сможет с гарантией установить Петино число?

ЗАДАЧА 9. (Всеросс., 1999, финал, 9.1) В числе A цифры идут в возрастающем порядке (слева направо). Чему равна сумма цифр числа $9 \cdot A$?

ЗАДАЧА 10. (Всеросс., 1999, финал, 10.5) Сумма цифр в десятичной записи натурального числа n равна 100, а сумма цифр числа $44n$ равна 800. Чему равна сумма цифр числа $3n$?