

Системы линейных уравнений

1. (*«Высшая проба», 2020, 11.1*) На доске написана система из 12 различных уравнений с 6 неизвестными $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$. Каждое уравнение имеет вид $x_i + x_j + x_k = 0$, где $i \neq j \neq k$ (сумма трех различных неизвестных равна нулю). Могло ли оказаться так, что у системы бесконечно много решений?
2. (*Турнир городов, 2017, 8–9*) На трёх красных и трёх синих карточках написаны шесть положительных чисел, все они различны. Известно, что на карточках какого-то одного цвета написаны попарные суммы каких-то трёх чисел, а на карточках другого цвета — попарные произведения тех же трёх чисел. Всегда ли можно гарантированно определить эти три числа?
3. (*Турнир городов, 2017, 10–11*) На 2016 красных и 2016 синих карточках написаны положительные числа, все они различны. Известно, что на карточках какого-то одного цвета написаны попарные суммы каких-то 64 чисел, а на карточках другого цвета — попарные произведения тех же 64 чисел. Всегда ли можно определить, на карточках какого цвета написаны попарные суммы?